



ÉMOTIONS COSMIQUES

Michel Tytgat

Dans « Le guide du voyageur galactique » de Douglas Adams, la réponse à « La Grande Question sur la Vie, l'Univers et le Reste » donnée par le super-ordinateur Deep Thought (après 7,5 millions d'années de calculs quand même) est

42

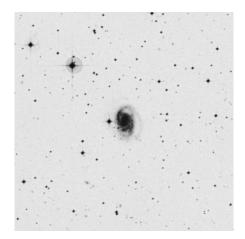
Les experts travaillent encore à la signification de ce chiffre¹.

Plus prosaïquement, nous allons dans cet article tenter d'estimer l'âge de notre Univers. Pour ce faire, nous allons utiliser des données réelles, accessibles sur le site

http://depts.washington.edu/astroed/HubbleLaw/galaxies.html



Sur ce lien, vous trouvez les photographies et spectres de 27 galaxies. Voici par exemple le portrait (en négatif) de NGC 1832 (voir aussi wikipedia):



Il s'agit d'une galaxie spirale, probablement similaire à notre galaxie, la Voie Lactée ou encore à la galaxie d'Andromède (M31). Ces objets ont grosso modo la forme d'un disque aplati. Nous la voyons probablement légèrement de côté, raison pour laquelle elle apparaît comme une ellipse légèrement allongée.

DISTANCES ANGULAIRES

En cliquant aux extrémités de la galaxie suivant le grand axe, le site vous donne l'angle α (en mrad ou milliradians²) que sous-tend la galaxie sur le ciel. Pour NGC 1832, j'obtiens

 $\alpha = 0.80 \pm 0.2 \text{ mrad}$

J'estime (à la louche) l'erreur à environ 20% ; plus à ce propos plus loin.

1. Pour le moment, les experts ont pu établir avec certitude que 42 = 6 x 7.

2. Les angles sont exprimés en (milli)radians. Comme π rad \equiv 180 $^{\circ}$, 1 rad = 180 $/\pi$ \equiv 57 $^{\circ}$, 1 mrad \equiv 3.4 $^{\circ}$ (un degré contient 60 minutes, notées ', ou 3600 secondes, notées '').

Maintenant, si nous connaissions la taille **D** de cette galaxie, nous pourrions déterminer sa distance **d** par une application simple de trigonométrie :



Nous allons faire l'hypothèse que

D = 22 kpc (kilo-parsecs1)

pour l'ensemble des galaxies spirales de l'échantillon (attention, toutes ne sont pas spirales ; certaines sont elliptiques, voire irrégulières).

Notons que comme $\alpha << 1$, $\sin(\alpha) \approx \alpha$. Dès lors

$$d \approx D/\alpha = 22/(\alpha \text{ en mrad}) \text{ Mpc}$$

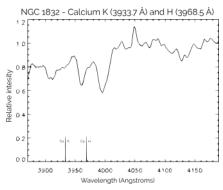
J'estime donc que NGC 1832 se trouve à une distance de

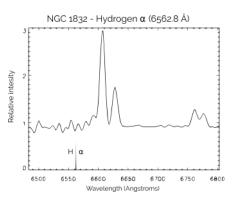
$$d = 27 \pm 6 Mpc$$

(nb: Wikipedia donne une distance de 24 Mpc ± 6 Mpc; mon estimation, a priori pessimiste, de l'erreur est comparable à celle des meilleures mesures disponibles).

VITESSES

Les galaxies se déplacent les unes par rapport aux autres. Pour déterminer la vitesse de NGC 1832, on utilise les autres données fournies sur le site. Elles correspondent à deux spectres, un premier dans une bande autour d'une longueur d'onde λ de 4000 Å (1 Å = 1 angstrom = 10-10 m), un autre autour de 6500 Å. Le premier spectre montre deux raies d'absorption qui correspondent (on nous le dit, acceptons-le) à deux raies du calcium (Ca). Les





raies de référence sont marquées par deux lignes marquées Ca K (λ_{KO} = 3933,7 Å) et Ca H (λ_{HO} = 3968,5 Å). Les longueurs d'onde correspondantes ont les valeurs telles quelles seraient mesurées en laboratoire). Regardons maintenant le spectre. Il y deux creux un peu à droite des lignes de références. En cliquant avec la souris sur le premier creux (au minimum), je trouve

$$\lambda K = 3962,2\text{Å}$$

tandis que la deuxième me donne

$$\lambda H = 3997.5 \text{Å}$$

Par rapport aux raies de référence, les raies du Ca de NGC 1832 sont décalées vers de plus grandes longueurs d'onde,

$$\lambda K = 28.5 \text{Å}$$

et

$$\lambda H = 28.5 \text{Å}$$

Les décalages relatifs $\Delta \lambda_{K}/\lambda_{K0} = \Delta \lambda_{H}/\lambda_{H0} = 0.0072.$ Il est instructif de faire le même exercice avec le deuxième spectre. Dans ce cas, il y a une raie d'émission, liée à la prédominance de l'hydrogène dans les étoiles qui composent les galaxies. En particulier on reconnait la raie $H\alpha$ de Balmer avec $\lambda_{H\alpha0} = 6562.8 \text{Å}$ (les raies de Balmer sont dans le visible; $H\alpha$ correspond à une couleur rougeâtre, https://en.wikipedia.org/ wiki/Balmer_series). La mesure du pic (le premier, le plus prononcé), me donne $\lambda_{H\alpha} = 6607,5$ Å, soit $\Delta \lambda_{H\alpha} = 44.7 \text{ et } \Delta \lambda_{H\alpha} / \Delta \lambda_{H\alpha 0} = 0.0068.$ très proches des deux premières mesures. La moyenne des 3 mesures me donne

$$\Delta \lambda / \lambda = 0.0070 \pm 0.0002$$

Pour l'erreur je prends (plus ou moins) les écarts aux extrêmes.

Qu'est-ce que tout cela signifie?

Souvenons-nous de l'effet Doppler. Si un objet (une galaxie) s'éloigne à une vitesse v et émet de la lumière à une longueur λ_0 de référence, la longueur d'onde perçue par un observateur (nous) au repos à une longueur d'onde

$$\lambda = \lambda_0 (1 + v/c)$$

Cette formule est une approximation, valable si $\mathbf{v} << \mathbf{c}$, la vitesse de la lumière.

Appliquons ce résultat bien connu à NGC 1832 :

$$\Delta \lambda / \lambda \equiv v/c = 0.0070 \pm 0.0002$$

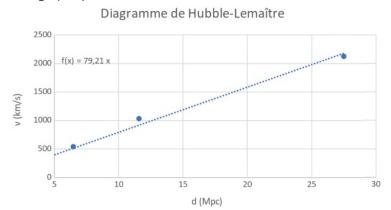
^{1.} En cosmologie, les distances sont exprimées traditionnellement en puissances du parsec (pc). Le parsec est la distance à laquelle une distance équivalente à la distance Terre-Soleil (environ 150 millions de km) sous-tend sur le ciel un angle de une seconde d'arc, 1" = 1/3600 degré. On vérifie que 1 pc = 3 1016 m = 3,26 années-lumière. Cf. https://www.convertir-unites.info/index.php

Notre interprétation est que NGC 1832 s'éloigne de nous à une vitesse de l'ordre du % de la vitesse de la lumière, soit quand même près de 2000 km/s...

On peut répéter l'exercice avec toutes les galaxies spirales de l'échantillon. Si la galaxie n'est pas spirale, on ne connaît pas sa taille et la donnée est rejetée. Si la galaxie est spirale mais que le spectre est peu lisible, on rejette aussi. À la fin, on devrait avoir un échantillon « propre » avec des galaxies spirales et des bonnes mesures tant de la distance que de la vitesse de déplacement des galaxies de l'échantillon.

J'ai fait l'exercice avec (seulement, par paresse) 3 galaxies : NGC 1832, 2903 et 3368 et j'ai reporté le tout dans un tableur.

Voici ce que cela donne sur un graphique \mathbf{v} (ordonnée) en fonction de \mathbf{d} (abscisse) :



Remarquez que toutes les vitesses sont positives : les (3) galaxies de mon échantillon s'éloignent de nous. On a vraiment envie de faire passer une droite par l'origine, n'est-ce pas ?

Son équation est de la forme

$$v = H_0 d$$

ou encore

$$vitesse = (constante) x (distance)$$

On appelle ça la loi de Hubble-Lemaître. C'est un fait observationnel. On appelle la constante H_0 la constante de Hubble, ou, depuis récemment la constante de Hubble-Lemaître¹.

En demandant que la droite passe par l'origine mon tableur me donne la valeur suivante

$$H_0 = 79 \text{ km/s/Mpc} (\pm 20 \text{ km/s/Mpc})$$

Mon estimation de l'erreur est dominée par la grande erreur sur la mesure des distances. Notez que nos erreurs sur les vitesses sont plus petites que celles sur les distances. Cela reste un point d'actualité : mesurer les distances des objets cosmologiques reste plus difficile que de déterminer leur vitesse de déplacement...

La valeur « officielle »₂ est d'environ 70 km/s/Mpc avec une erreur de l'ordre de quelques km/s/Mpc, cf https://fr.wikipedia.org/wiki/Loi_de_Hubble-Lemaître.

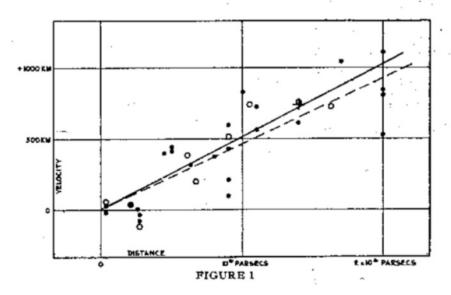
^{1.} Georges Lemaître était un astronome et physicien belge, professeur à l'université de Louvain (lorsqu'elle se trouvait à Leuven). Il est l'inventeur de la théorie du Big Bang. Le nom de Big Bang n'est pas de lui mais de Fred Hoyle (qui ne croyait pas au Big Bang); Lemaître faisait lui référence à un « atome primitif ». Tout un programme… cf. https://frwikipedia.org/wiki/Georges_Lema%C3%AEtre pour une photo de Lemaître avec Einstein.

^{2.} Il y a en ce moment (en 2021) un peu de désaccord sur la valeur de la constante de Hubble, car des méthodes différentes donnent des valeurs qui sont semblables mais sensiblement distinctes en tenant compte des erreurs. Nous ne savons pas encore s'il s'agit d'un problème technique (lié à une méthode de détermination par rapport à une autre) ou un résultat profond (lié à un phénomène physique nouveau).

Je vous invite à faire l'exercice et d'ajouter d'autres galaxies spirales dans la figure. On peut compliquer le problème à souhait, en particulier en prenant en compte les erreurs sur les mesures des distances (l'erreur dominante, rappelez-vous) et, si on veut, les vitesses.

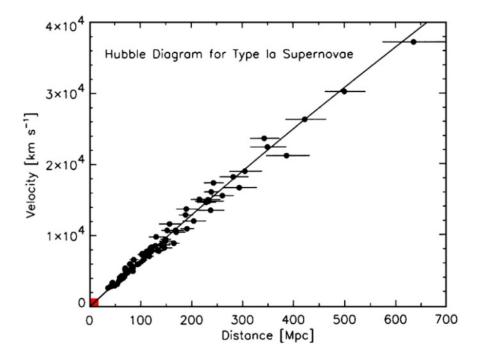
À titre d'information voici tout d'abord le diagramme de Hubble historique :

Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae.



L'axe horizontal n'est pas très lisible mais les marques correspondent à 106 parsecs. A vue d'œil, l'estimation en 1929 était que H0 = 500 km/s/Mpc. Cette valeur est beaucoup plus grande que la détermination contemporaine car à l'époque de Hubble les distances des galaxies étaient largement sous-estimées. La cosmologie observationnelle en était à ses débuts...

Voici ensuite un diagramme de Hubble plus moderne (circa 2000) :



Le petit carré rouge correspond au domaine couvert à l'époque de Hubble. Ce diagramme moderne montre le chemin parcouru depuis lors ; on observe plus de galaxies et à des distances bien plus grandes. Remarquez les barres d'erreurs : elles portent sur les distances. Le problème de la détermination des distances des objets cosmologiques lointains reste d'actualité. Évidemment (enfin ce n'est peut-être pas évident) les distances ne sont pas déterminées en utilisant les tailles angulaires: les galaxies en question sont bien trop loin pour que cela soit une méthode suffisamment précise. À la place, on exploite le fait que de temps en temps (environ 1 fois par siècle par galaxie en moyenne) une étoile explose et forme une supernovæ (de type Ia). Durant quelques semaines, une telle étoile est aussi brillante que la galaxie qui l'abrite. Beaucoup de travaux de recherches ont permis d'établir que la puissance lumineuse émise par ces explosions peut être calibrée, un peu comme on calibre des ampoules lumineuses d'une puissance donnée ; d'ailleurs on dit que les supernovæ de type la sont des « chandelles standards », cf https://fr.wikipedia.org/wiki/Chandelle_standard.

LE PRINCIPE COSMOLOGIQUE

La constante de Hubble-Lemaître est exprimée en km/s/Mpc, soit une vitesse divisée par une distance. Donc, sa dimension physique est celle de l'inverse d'un temps (T)

$$[H_0] = 1/T$$

Exprimé en années, son inverse vaut environ

$$H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$$

 $\Rightarrow 1/H_0 = 13 \cdot 10^9 \text{ années}$

Soit une dizaine de milliards d'années... Vous avez dû entendre dire que notre Univers est âgé d'environ 13,7 milliards d'années. Clairement, 1/H_o doit à voir avec l'âge de l'Univers. Tentons de clarifier cela.

Tout d'abord un mot sur l'interprétation de la loi de Hubble-Lemaître. Nous avons vu que les galaxies nous fuient avec des vitesses qui sont proportionnelles à leurs distances. La première idée est que nous soyons au centre d'une explosion. Pourquoi pas ? Peut-être occupons nous une place très particulière dans l'Univers...

Cependant, il y a une deuxième possibilité. Imaginons que les galaxies soient distribuées uniformément dans l'Univers. Par uniforme, j'entends une distribution homogène (pas de point particulier) et isotrope (pas de direction particulière). Einstein a appelé ça le « Principe Cosmologique ». C'est un peu comme la figure 1¹.

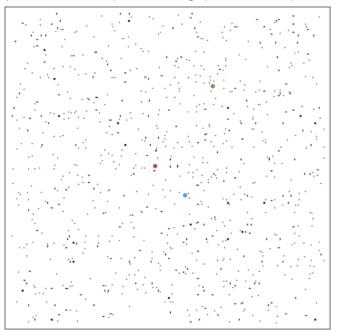
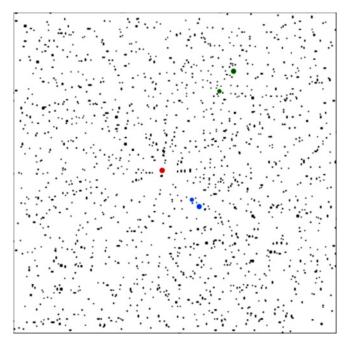


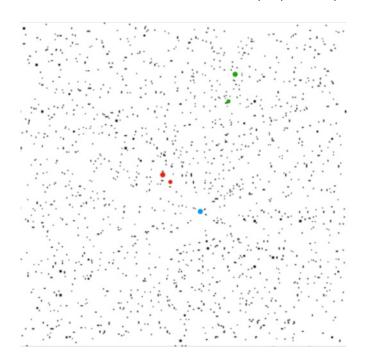
Figure 1: une distribution homogène et isotrope de points = « galaxies ». Les points rouge, bleu et vert marquent deux « galaxies » quelconques.

Dans cette figure, 3 galaxies sont singularisées par un point rouge, un point bleu et un point vert respectivement. L'homogénéité reflète le fait que ces 3 points (ou tout autre point dans ce plan supposé quasiment infini) n'ont rien de remarquable. Maintenant, je fais deux choses. D'abord je prends la même image et je l'agrandi légèrement. Ensuite je superpose les deux images en les centrant sur le point rouge (disons, notre galaxie). J'obtiens ceci:



^{1.} Peu importe l'outil, mais j'ai utilisé Mathematica pour réaliser cette image. J'ai créé une matrice NxN (décomposition du plan en N^2 cellules) avec comme entrées 0 (blanc = « vide intergalactique ») ou 1 (noir = une « galaxie »). Pour chaque entrée de la matrice, j'ai tiré un nombre aléatoire entier entre 1 et K. Si j'obtiens 1 (par ex.), l'entrée de la matrice vaut 1 (probabilité 1/K d'avoir une galaxie dans une cellule), sinon elle vaut 0. (Rem : si j'attribue une aire ΔS à une cellule de l'espace, j'ai une distribution spatiale (2D) de « galaxies » qui, pour une aire S, suit une Poisson de moyenne S0.

Je ne sais pas pour vous, mais on dirait que des points fuient radialement le point rouge et que cette fuite est proportionnelle à la distance entre le point rouge et les points du plan ; regardez les points bleus et verts. Faisons maintenant le même exercice mais en superposant, par exemple le point bleu :



Maintenant les « galaxies » (en particulier la rouge et la verte) fuient le point bleu. Inutile de faire l'expérience avec la galaxie verte, on a compris.

Ceci nous amène à une conclusion importante : la Loi de Hubble-Lemaître, $v \sim d$, est compatible avec le Principe Cosmologique c'est-à-dire un univers sans centre et sans direction particulière et dans lequel les galaxies s'écartent les unes des autres.

Cette conclusion à l'air bien étrange, mais elle est naturelle dans le cadre la Relativité Générale d'Einstein dans laquelle la gravitation s'explique comme une déformation de l'espace-temps.

lci on a affaire à une forme particulièrement simple de déformation. Tout se passe comme si l'espace entre les galaxies s'étirait de manière uniforme (de la même manière en tout point) et isotrope (de la même manière dans toutes les directions). On dit que l'Univers est en expansion! Notez que c'est précisément ce que je fais en agrandissant mon image.

Encore un peu de math. Considérons notre plan rempli de « galaxies ». Choisissons l'origine des coordonnées en un point quelconque (le plan est homogène, donc tous les points se valent). Par exemple la galaxie rouge. Il est utile d'écrire les cordonnées (euclidiennes) dans le plan de la manière suivante

$$\vec{r}(t) = (a(t)x, a(t)y) = a(t)(x, y)$$

où a(t) est appelé « facteur d'échelle ». Par exemple pourrait être le vecteur position de la galaxie bleue.

Choisissons aussi un moment particulier, disons t_0 tel que $a(t_0)=1$. À cet instant, toutes les galaxies sont à des positions (x,y) données. Aux instants antérieurs ou ultérieurs, les positions des galaxies changent mais uniquement au travers du paramètre d'échelle a(t). Comme les paires $\vec{r}(t_0)=(x,y)$ (de chaque galaxie ne changent pas, on dit que ce sont les coordonnées comobiles des galaxies, mais franchement peu importe le nom.

AGE DE L'UNIVERS

Nous pouvons faire quelque chose de très simple mais très instructif. Dérivons $\vec{r}(t)$ par rapport au temps. Cela nous donne la vitesse de la galaxie bleue par rapport à la galaxie rouge,

$$=\frac{d}{dt}\vec{r}=\left(\frac{d}{dt}a(t)x,\frac{d}{dt}a(t)y\right)=\frac{d}{dt}\frac{a(t)}{a(t)}(a(t)x,a(t)y)=\frac{1}{a(t)}\frac{d}{dt}a(t)\vec{r}(t)$$

À la deuxième égalité, j'ai divisé et multiplié par a(t). La quantité

$$H = \frac{1}{a(t)} \frac{d}{dt} a(t)$$

est appelée taux d'expansion de l'Univers et est notée H pour paramètre Hubble-Lemaître. Dès lors, on a obtenu que les vitesses des galaxies sont données par

$$\vec{v} = H\vec{r}$$

ce qui n'est rien d'autre que la Loi de Hubble-Lemaître! Comme les vitesses sont purement radiales, on peut aussi écrire cette loi sous forme scalaire où j'ai noté d le module du vecteur radial.

$$v(t) = Hd$$

Notons que en général H est une fonction du temps. Prenons en particulier

$$a(t) = t/t_0$$

Ça veut dire que les distances augmentent proportionnellement au temps. Simple mais notons que ça veut dire qu'à l'instant t=0 les distances entre les galaxies est égale à 0... Aussi

$$H=1/t$$

ou encore que l'âge de l'Univers (en supposant que a ~ t),

$$t = 1/H$$

c'est-à-dire que l'âge d'un univers pour lequel le facteur d'échelle est proportionnel au temps (cas a \sim t) est donné par l'inverse du paramètre de Hubble-Lemaître.

C'est en gros le but de l'exercice. Le diagramme de Hubble-Lemaître nous a permis d'estimer l'âge de l'Univers. Pour aller plus loin, il faudrait tenir compte du fait que la matière (à commencer par les galaxies donc) s'attire sous l'effet de la gravitation. Ceci a pour effet de ralentir l'expansion de l'Univers. On pourrait passer une très belle leçon à expliquer cela, mais ce sera pour une autre fois. Contentons-nous de dire que si l'Univers ne contenait que de la matière, sous forme de galaxies par exemple, alors le facteur d'échelle serait donné par

$$a(t) = (t/t_0)^{2/3}$$

et (à vérifier)

$$H = 2/3t$$

ou encore

$$t = 2/3H$$

Pour le même taux d'expansion H, un univers qui contient de la matière sera plus jeune d'un facteur 2/3 par rapport à un univers pour lequel le facteur d'échelle serait donné par a(t) = t/t_o . C'est dû à l'effet ralentisseur de la matière : les galaxies s'écartent les unes des autres mais s'attirent aussi les unes des autres. On dirait que l'expansion est décélérée.



Georges Lemaître

Mais alors, comment pourrait-on avoir que $a(t) = t/t_0$? Et bien la seule possibilité serait que l'effet ralentisseur de la gravitation soit très petit. À la limite, cela correspond à ce qu'on appelle un univers vide (c'est-à-dire vide de matière). Dans cette limite, l'expansion n'est plus décélérée et la vitesse de chaque galaxie reste constante (en effet, H diminue comme l'inverse du temps et les séparations entre galaxies augmentent comme le temps, de sorte que la vitesse est constante).

Le truc vraiment bizarre est que l'expansion de notre Univers (le vrai, pas un modèle comme ce que nous avons discuté jusqu'ici) est accélérée. Que ceci soit possible a pour la première fois été discuté par Georges Lemaître. Donc, il a non seulement inventé le Big Bang, mais il a aussi anticipé que son expansion pourrait être accélérée. C'est quand même pas mal... Clairement ceci ne peut pas être le fait de la matière (car elle décélère l'expansion). Un fluide très spécial, appelé énergie ou encore constante cosmologique en serait responsable. Pour le moment, nous pouvons en parler, dire ce qu'elle fait, mais à part ça, il faut bien admettre nous ne savons pas trop ce que c'est que cette fameuse énergie noire mais ceci est une autre histoire donc, suite à un prochain épisode.